



آکادمی ریاضی کنکور

Zip

ترکیب توابع



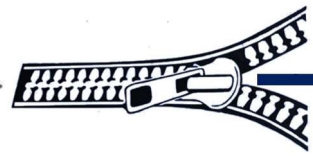
Khashayarkhaki official



Khashayarkhaki_arc

مهندس خشیار خاکی

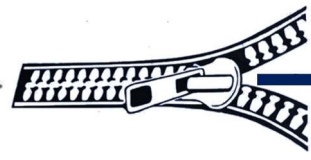
از سری جزوه های جمع بندی کنکور



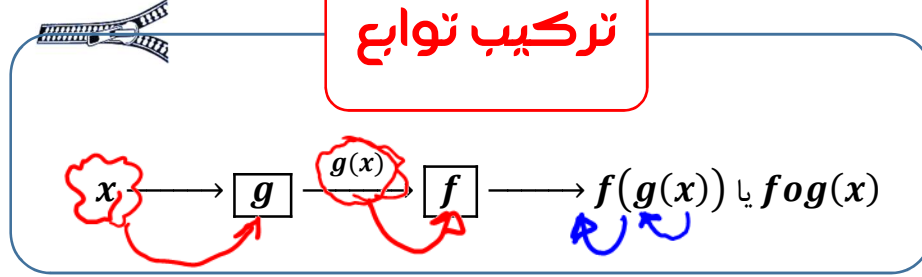
به نام یگانہ مهندس گیتی

ترکیب تولید

به قلم : مهندس خشیار خاکی



ترکیب توابع



$$u \rightarrow f \rightarrow f(u)$$

۱. اگر $f(x) = x - 3$ و $g = \{(-2, 4), (3, 0), (-5, 7)\}$ حاصل $(fog)(3) + (gof)(-2)$ کدام است؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ ✓

$$f(g(3)) + g(f(-2))$$

۲. اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = \sqrt{2x + 3}$ حاصل $f(g(3)) + g(f(0))$ کدام است؟ (۱) $\sqrt{23}$ (۲) $2\sqrt{3} - 1$ (۳) ۴ (۴) ۳ ✓

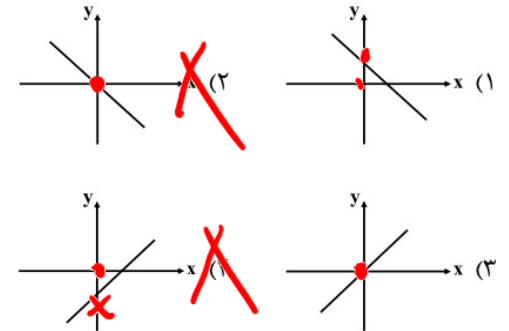
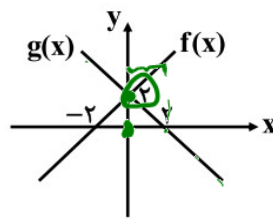
۳. اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$ ضابطه‌ی تابع $y = (fog)(x)$ کدام است؟

$$y = \frac{x+1}{x} \quad (۴) \quad y = \frac{x-1}{x} \quad (۳) \quad y = x+1 \quad (۲) \quad y = -x-1 \quad (۱) \quad \checkmark$$

۴. اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{3}{x} - 1$ باشد، ضابطه‌ی تابع $y = (fog)(x)$ کدام است؟

$$\frac{3+x}{3-2x} \quad (۴) \quad \frac{x+2}{3x-1} \quad (۳) \quad \frac{3x-1}{3-x} \quad (۲) \quad \frac{3+2x}{3-x} \quad (۱) \quad \checkmark$$

۵. با توجه به نمودار زیر، نمودار $fog(x)$ چگونه است؟



مسایلی از جنس بدست آوردن دامنه و
مجموعه جواب و ترکیب با fog

😊 اگر جواب مسائل به صورت بازه ای و نامعادله بود

😞 اگر جواب به صورت بازه ای نبود

😊:

(تجربی خارج ۹۶)

$$x=2 \rightarrow \sqrt{\frac{2}{4} - \frac{9}{2}} + 3$$

$x=0 \rightarrow \times$

۶. دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{\frac{2}{x} - \frac{9}{2}} + \sqrt{2x - x^2}$ کدام است؟

$$\left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right] \quad (۳) \quad \left[\frac{2}{3}, 2\right] \quad (۴) \quad \left[-\frac{2}{3}, 0\right] \cup \left(0, \frac{2}{3}\right] \quad (۲) \quad \left[-\frac{2}{3}, 0\right] \cup \left(0, 2\right] \quad (۱) \quad \checkmark$$



(ریاضی ۹۵)

$$u=5 \quad \sqrt{1-y(25-15)} \quad \text{ok}$$

$$u=2 \quad \sqrt{1-y(4-6)} \quad \text{ok}$$

۷. دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-2, 0) \cup (3, 5]$ ✓
(۲) $[-2, 3]$ ✗
(۳) $(-2, 0) \cup (3, 5)$ ✗
(۴) $(0, 5]$ ✗

۸. تابع f تابعی نزولی اکید با دامنه‌ی $\mathbb{R}$ است؛ به طوری که $f(5) = 0$ است. دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{(4-x)f(x)}$ کدام است؟

(۱) $\mathbb{R} - (4, 5)$ ✓
(۲) $(-\infty, 4]$ ✗
(۳) $[4, 5]$ ✗
(۴) $[0, +\infty)$ ✗

$u=6 \quad \sqrt{(-2)(f(6))} = 0 \quad \text{ok}$
 $u=-1 \quad \sqrt{5x+5} = 0 \quad \text{ok}$

(تجربی ۹۶)

۹. مجموعه جواب نامعادله $-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3$ به کدام صورت است؟

- (۱) $x < \frac{1}{2}$ ✓
(۲) $x < 3$ ✗
(۳) $-\frac{1}{2} < x < 3$ ✗
(۴) $\frac{1}{2} < x < 3$ ✗

$u=2 \rightarrow -1 < \frac{7}{-1} < 3$
 $-1 < -7 < 3$ ✗

(تجربی ۹۸)

۱۰. مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

- (۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ ✓
(۲) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ ✗
(۳) $x > 4$ ✗
(۴) $x < -6$ ✗

$u=5 \rightarrow 1 < \frac{7}{6} < 3$ ✓
 $u=-7 \rightarrow 1 < \frac{-17}{-6} < 3$ ✓

۱۱. مجموعه جواب‌های نامعادله‌ی $\frac{5}{3} < \frac{3x+9}{2x-7} < 8$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - [\frac{7}{2}, 6]$ ✗
(۲) $\mathbb{R} - [5, 6]$ ✗
(۳) $(\frac{7}{2}, 6)$ ✗
(۴) $(5, 6)$ ✗

$u=4 \rightarrow \frac{5}{3} < \frac{21}{1} < 8$ ✗
 $u=2 \rightarrow \frac{5}{3} < \frac{18}{-5} < 8$ ✗

(تجربی خارج ۹۸)

۱۲. مجموعه جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ به صورت بازه، کدام است؟

- (۱) $(-4, 2) \cup (2, 4)$ ✗
(۲) $(2, 4)$ ✗
(۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ ✓
(۴) $(-1, 4)$ ✗

$u=3 \rightarrow \frac{13}{4} > \frac{3}{1}$ ✓
 $u=0 \rightarrow \frac{-8}{-2} > 0 \rightarrow 4 > 0$ ✓

۱۳. اگر $f(x) = x^2 + x - 2$ و $g(x) = \frac{2-4x}{x}$ باشد، در کدام فاصله تابع $f \circ g(x)$ زیر محور x ها قرار می‌گیرد؟

- (۱) $(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ ✗
(۲) $(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ ✗
(۳) $(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ ✗
(۴) $(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ ✗

$f \circ g(x) < 0$
 $f(g(x)) < 0$
 $g(x) = \frac{2-4x}{x}$

$f(g(x)) < 0$
 $g(x) = \frac{2-4x}{x}$

$(\sqrt{2})^4 + 5$

۱۴. اگر $g(x) = \sqrt{x}$ و $f(x) = x^4 + 5$ باشد، جواب معادله‌ی $\sqrt{(f \circ g)(x)} = x + 1$ کدام است؟

(۱) ✗
(۲) ✓
(۳) ✗
(۴) ✗

$\sqrt{f(g(x))} = x+1$
 $6 \rightarrow 1, 2, 3$
 $9 \rightarrow 1, 2, 3$



$$g(f(x))$$

$x \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$$Df(g(x))$$

$x \rightarrow 4$

۱۵. اگر $f(x) = \log_2(x-2)$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ دامنه تابع $g \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $(2, +\infty)$ (۳) $(2, 6]$ (۴) $[2, 4)$

$$\log_2(4-2) = \log_2(2) = 1$$

$$\sqrt{4-4} = 0$$

۱۶. اگر $g(x) = \sqrt{x-4}$ و $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ باشد، $D_{f \circ g}$ کدام است؟

- (۱) $[3, +\infty)$ (۲) $[4, +\infty)$ (۳) $(3, +\infty)$ (۴) $(4, +\infty)$



۱۷. دامنه تابع $y = \frac{1}{x-1} + \frac{x}{xa-4}$ به صورت $\mathbb{R} - \{1\}$ است چند مقدار برای a وجود دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

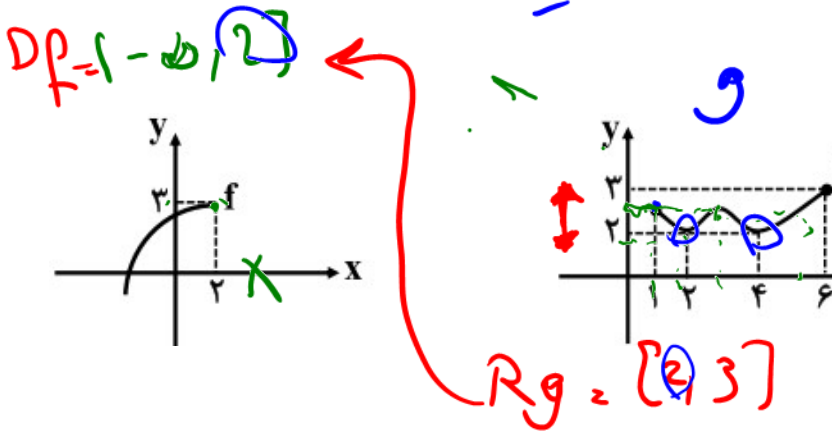
اگر قرار بود لیمیت داشته باشد و آن ریشه عددی به غیر از ۱ باشد
باید حتماً از دانه خارج دهند! $\leftarrow$
 $a=1$ ریشه ریشه
نیز هست.

$$1 \times a - 4 = 0$$

$$a = 4$$

۱۸. اگر نمودار f و g به صورت زیر باشند، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶



۱۹. اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x+1$ باشند، نمودار تابع $f \circ g(x)$ و $g \circ f(x)$ در چند نقطه متقاطع اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

$$f(g(x)) = \sqrt{x+1-1} = \sqrt{x}$$

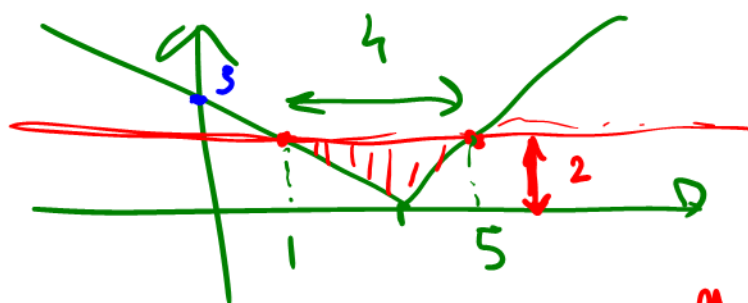
$$g(f(x)) = \sqrt{x-1} + 1$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{x-1} + 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 = \sqrt{x-1} \Rightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 = x - 1 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

۲۰. اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 6x + 10$ باشند، مساحت ناحیه‌ی محدود بین نمودار تابع $f \circ g$ و خط $y=2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$$f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 6x + 10 - 1} = \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$$



$$y = 2$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

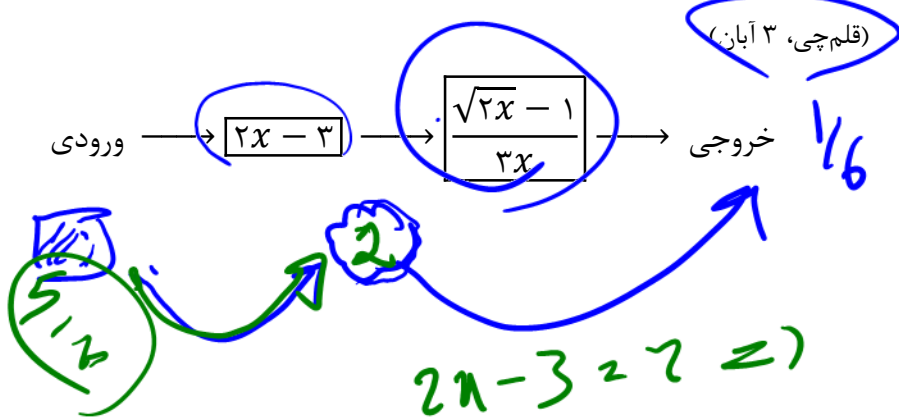
$$|x-3| = 2 \Rightarrow x-3 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$



تیپ دوم ترکیب توابع

گاهی اوقات در ترکیب fog ابتدا، انتهای و یا
وسطای قصه ی fog را میخواهند

۲۱. اگر خروجی ماشین زیر برابر $\frac{1}{6}$ باشد، مقدار ورودی آن کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2x-1}}{3x} = \frac{1}{6} \Rightarrow \sqrt{2x-1} = \frac{3x}{6} = \frac{x}{2}$$

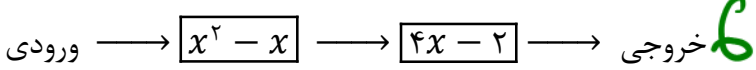
$$\frac{1}{2} (4)$$

$$\frac{3}{2} (3)$$

$$\frac{5}{2} (2)$$

$$-\frac{1}{2} (1)$$

۲۲. در شکل مقابل، اگر خروجی ۶ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای ورودی کدام است؟



$$4x-2=6 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2$$

$$-2 (4)$$

$$2 (3)$$

$$-1 (2)$$

$$1 (1)$$

$$x^2-x=2 \rightarrow x^2-x-2=0$$

$$S = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$f(g(x))$$

۲۳. اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = x^2-3x+6$ باشد، آنگاه حاصل ضرب ریشه های معادله ی $fog(x) = \frac{1}{25}$ کدام است؟

$$5/4$$

$$+1 (3)$$

$$+2 (2)$$

$$-3 (1)$$

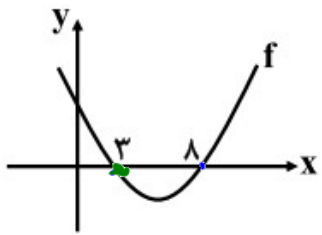
$$x^2-3x+6=3$$

$$x^2-3x+3=0 \rightarrow P = \frac{9}{4} \neq \frac{3}{1}$$

$$2x-1 = \frac{5}{4} \Rightarrow 2x = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$5x+5=8x-4 \Rightarrow 3x=9 \Rightarrow x=3$$

۲۴. با توجه به نمودار تابع درجه دوم f و تابع $g(x) = 2\sqrt{x} + x$ نمودار تابع fog محور x ها را با طول های a و b قطع می کند. مقدار $a+b$ کدام است؟



$$f(g(x))$$

$$2\sqrt{x} + x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$2\sqrt{x} + x = 8 \Rightarrow x = 4$$

۲۵. اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2}$ مقدار $fog(2)$ کدام است؟

$$7 (3)$$

$$-1 (2)$$

$$+1 (1)$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$$

۲۶. اگر $f(x) = x^2+6x+4$ و $g(x) = x^2+10x+20$ باشد، ضابطه $g(x)$ کدام می تواند باشد؟

$$x^2-8 (4)$$

$$-x+3 (3)$$

$$-x-8 (2)$$

$$x+3 (1)$$

$$x^2+6x+4=3 \rightarrow x^2+6x-27=0$$

$$(x+9)(x-3) \Rightarrow x = -9 \text{ or } x = 3$$

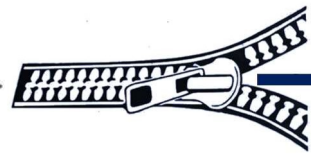
۲۷. اگر $g(x) = x-1$ و $(fog)(x) = x^3+3x^2+5x$ باشد آنگاه ضابطه $f(x)$ برابر کدام گزینه است؟

$$x^3+6x^2+11x+9 (2)$$

$$x^3+2x (4)$$

$$x^3-x+3 (1)$$

$$x^3-5x^2-2x+8 (3)$$



تیب سوم ترکیب توابع

مسایلی که معمولاً به fog ها نسبت میدهند و
به جای $f(x)$ پای $f(\text{cloud})$ در وسط است

مثال $2x-3=7 \Rightarrow x=5$

(تجربی ۹۷)

۲۸. اگر $f(x-3) = 4x^2 - 14x + 13$ باشد، ضابطه $f(x)$ برابر کدام است؟

$x^2 - x + 1$ (۴) $x^2 - 2x + 1$ (۳) $x^2 - 2x - 1$ (۲) $x^2 - x + 3$ (۱)

(تجربی ۹۰)

۲۹. اگر $f(x-4) = x^2 - 4x + 5$ آنگاه $f(1-x)$ کدام است؟

$x^2 + 1$ (۴) $x^2 + 4x + 5$ (۳) $x^2 + 3$ (۲) $x^2 - 4x + 5$ (۱)

مثال $x^2 - 4x = 4$
مثال $x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm 2i$
مثال $x^2 - 4x = 4$
مثال $-3x^2 + 12x = -12$

۳۰. f تابع مفروض است که در رابطه $f(x^2 - 4x) = 12x^2 + 5 - 3x^2$ باشد، $f(4)$ کدام است؟

-7 (۴) -12 (۳) 12 (۲) -12 (۱)

۳۱. f تابع مفروض است که در رابطه $2f(x) - 4f(-x) = 3x^5$ صدق می کند. در این صورت مقدار $f(2)$ کدام است؟

$2f(2) - 4f(-2) = 3 \times (2)^5 = 96$

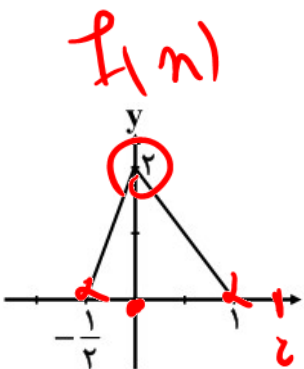
$2f(-2) - 4f(2) = -96$

۳۲. دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[-3, 7]$ است. دامنه تابع $g(x) = 2f(2x-5)$ کدام است؟

$[-19, 21]$ (۴) $[-11, 9]$ (۳) $[\frac{1}{2}, 6]$ (۲) $[1, 6]$ (۱)

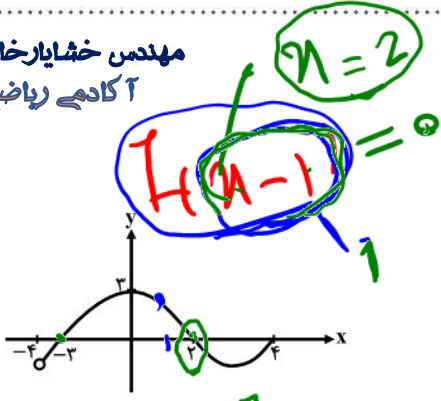
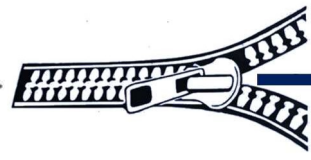
مثال $-3 \leq 2x-5 \leq 7 \xrightarrow{+5} -1 \leq 2x \leq 12 \xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} \leq x \leq 6$

۳۳. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تابع $y = f \circ f(x-2)$ کدام است؟



مثال $x \in [2, 3] \Rightarrow x-2 \in [0, 1]$

$[\frac{3}{4}, \frac{3}{2}]$ (۱)
 $[-\frac{1}{4}, 1]$ (۲)
 $[\frac{3}{4}, \frac{3}{2}] \cup [\frac{5}{4}, \frac{3}{2}]$ (۳)
 $[\frac{3}{4}, \frac{5}{4}]$ (۴)



۳۴. اگر شکل/مقابل نمودار تابع $y = f(x-1)$ باشد، دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{\frac{x}{f(x)}}$ کدام است؟

- $[-3, 1] \cup [2, 3]$ (۱) ~~X~~
- $[-4, 0] \cup (2, 4)$ (۲) ~~X~~
- $[0, 2] \cup (4, 5)$ (۳) ~~X~~
- $(-5, -4) \cup [0, 1)$ (۴) ☒

$x^2 - 4 \rightarrow \sqrt{\frac{-4}{f(-4)}}$

$x^2 - 4 \rightarrow \sqrt{\frac{-4}{f(-4)}}$

۳۵. اگر دامنه تابع $y = f(2x-1) + 3$ به صورت $[-2, 6]$ باشد، آنگاه دامنه تابع $g(x) = 3f(4x-2) - 3$ کدام است؟

$[-3, 1]$ (۴) ~~X~~

$[\frac{3}{2}, \frac{11}{2}]$ (۳) ~~X~~

$[-\frac{3}{4}, \frac{13}{4}]$ (۲) ~~X~~

$[-1, 3]$ (۱) ~~X~~

$x = 3$ ☒

$3f(4x-2) - 3 = f(10) - 3$

$x = -1 \Rightarrow 3f(4x-2) - 3 = 3f(-6) - 3$

$x = -1 \Rightarrow 3f(4x-2) - 3 = 3f(-6) - 3$

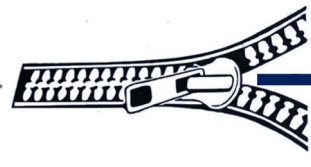
$2x - 1 = -6$

$2x = -5$

$x = -\frac{5}{2}$



مہندس خشايار خاکی
آکادمی ریاضی کنکور



zip



خاکی باش



Khashayarkhaki.official



Khashayarkhaki_arc