

تابع درجه دوم

$$y = ax^2 + bx + c$$

معادله درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

تمرین : معادلات زیر را حل کنید.

1) $x^2 - 13x + 42 = 0$

2) $4x^2 - 7x + 3 = 0$

3) $3x^2 + x - 15 = 0$

4) $-2x^2 + 5x + 18 = 0$

روش حل :

$$x_1 + x_2$$



$$S = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2$$



$$P = \frac{c}{a}$$

$$|x_1 - x_2|$$



$$d = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\frac{c}{a} > 0$$

$\Delta > 0 \rightarrow$ دو ریشه
(تجزیه پذیر)

$S > 0 : +$ هر دو

$S < 0 : -$ هر دو

$\Delta = 0 \rightarrow$ یک ریشه
(مربع کامل)

$S > 0 : +$ یک

$S < 0 : -$ یک

$\Delta < 0 \rightarrow$ بدون ریشه
(تجزیه ناپذیر)

$a > 0 : +$ همواره

$a < 0 : -$ همواره

$$\frac{c}{a} < 0 \rightarrow$$

تست ۱: به ازای چه حدود از a معادله $2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟ (مشابه ۹۸)

(1) $2 < a < 6$ (2) $3 < a < 4$

(3) $a < 2$ $a > 6$ (4) $a < 3$ $a > 4$

تست ۲: کدام عبارت قابل تجزیه به حاصل ضرب ۲ عامل نیست؟

(1) $2x^2 - 3x - 10$ (2) $4x^2 + 3x - 1$

(3) $x^2 + 6x + 9$ (4) $4x^2 + x + 8$

تست ۳: تابع $f(x) = mx^2 - mx - 1$ پایین محور x است. حدود m کدام است؟ (مشابه ۹۸)

(1) $(0, +\infty)$ (2) $(-4, 0)$ (3) $(-\infty, -4]$ (4) \mathbb{R}

نِسْت ۴: به ازای کدام مقدار m ، تابع $f(x) = (m-1)x^2 + mx + m$

بالای تابع $g(x) = 2x + 1$ قرار می گیرد؟

(1) $m > 1$ (2) $m > \frac{4}{3}$ (3) $0 < m < \frac{4}{3}$ (4) $1 < m < \frac{4}{3}$

نِسْت ۵: منحنی به معادله $y = (2x + 1)(x + 8)$ با دسته خطوط $y = mx$

نقطه مشترک ندارند، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(1) (9,25) (2) (15, 23) (3) (5, 13) (4) (7,15)

نِسْت ۶: اگر α, β ریشه معادله $2x^2 + mx + 1 = 0$ باشند

و بدانیم $\alpha < 1 < \beta < 2$ ، حدود m کدام است؟

(1) (-1,1) (2) $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ (3) (-3, -1) (4) $\left(\frac{-9}{2}, -3\right)$

❖ تست ۷: معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است.

بازه مقادیر m کدام است؟ (تجربی خارج ۹۹)

- (1) $(-4, 0)$ (2) $(-4, -2)$ (3) $(-6, 0)$ (4) $(-6, -4)$

❖ تست ۸: به ازای چه مقداری از m نمودار تابع $f(x) = (m - 1)x^2 + 4x + m + 2$

از هر چهار ناحیه مختصات عبور می کند؟

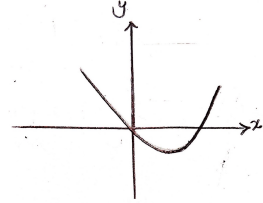
- (1) $(0, 3)$ (2) $(-1, 2)$ (3) $(-2, 1)$ (4) $(-3, 0)$

❖ تست ۹: نمودار تابع $y = ax^2 - (a + 2)x$ از ناحیه دوم نمی گذرد، a کدام است؟


- (1) $a \leq -2$ (2) $a > 2$ (3) $a > 0$ (4) $-2 \leq a < 0$

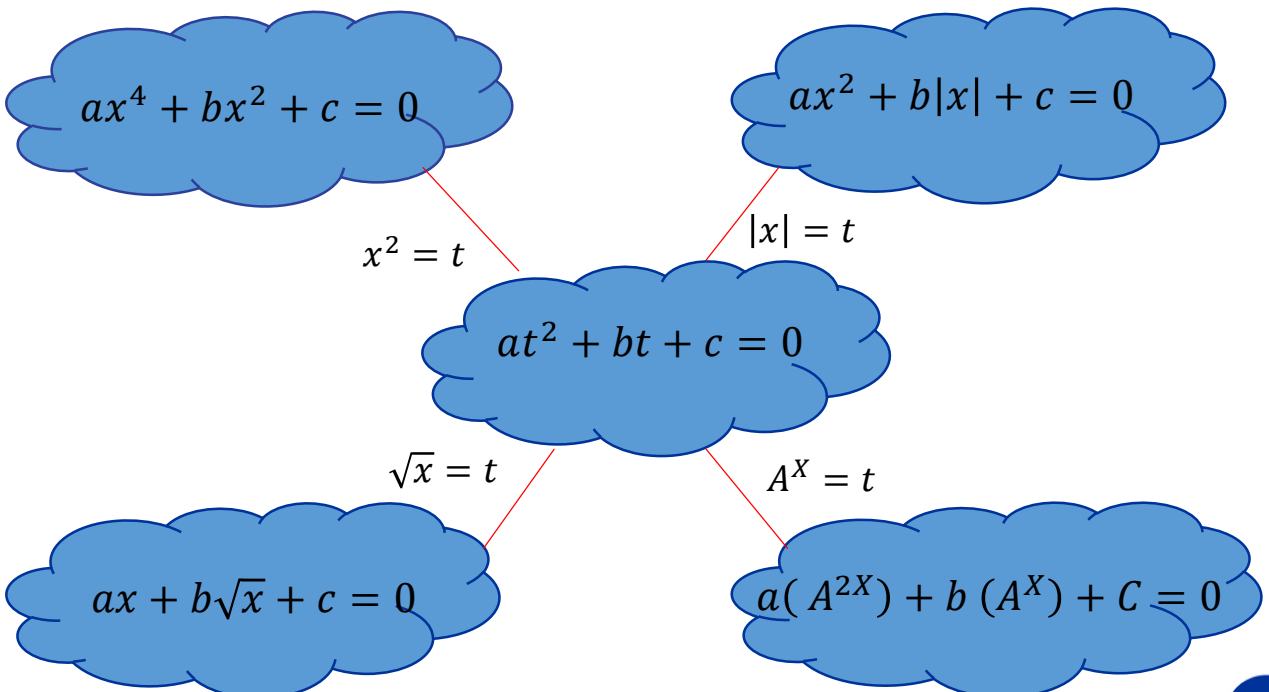
تست ۱۰: نمودار تابع $y = ax^2 - (2a - 5)x + a^2 - 2$ به صورت

است. a کدام است؟



- (1) $\pm\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) $\frac{5}{2}$ (4) \emptyset

معادلات دو مجذوری (تبدیل به درجه دوم) 



تمرین : معادلات زیر چند جواب دارند؟

1) $x^6 + 26x^3 - 27 = 0$

2) $(x^2 + x)^2 - 6(x^2 + x) - 72 = 0$

3) $(x^2 + x + 1)^2 + 3x^2 + 3x - 1 = 0$

تست ۱۱ : معادله $x^4 - (m + 2)x^2 + m + 5 = 0$ دارای 4 ریشه است، m

کدام است؟

- (1) $(-\infty, -4)$ (2) $(4, +\infty)$ (3) $(-4, 4)$ (4) $(4, 9)$

تست ۱۲ : به ازای چه مجموعه مقادیری از m ، معادله $mx - 3\sqrt{x} + m - 2 = 0$

یک ریشه دارد؟

- (1) $(\frac{-3}{2}, 2)$ (2) $(0, 2)$ (3) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ (4) $(-2, \frac{3}{2})$

روابط بین ریشه ها



تیپ اول: 

روش حل: 

تمرین: با توجه به معادله $x^2 - 8x + 3 = 0$ مطلوبست:

1) $\alpha^2 + \beta^2 = ?$

2) $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} = ?$

3) $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = ?$

4) $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = ?$

5) $(\alpha^2 - 8\alpha)(\beta^2 - 8\beta) = ?$

تیپ دوم: 



روش حل: 

تست ۷۳: اگر مجموع مجذورات معکوس ریشه های معادله $x^2 - (m + 4)x + 2m = 0$

برابر $\frac{7}{4}$ باشد، m چند مقدار متمایز دارد؟

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 4

تست ۷۴: در معادله درجه دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ یک ریشه دوبرابر دیگری

است. مجموع دو ریشه مثبت کدام است؟

- (1) 5 (2) 4/5 (3) 4 (4) 3/5

دو معادله: با توجه به نیاز S یا P بکن!

تست ۱۵: اگر α و β ریشه های معادله $2X^2 - 3X = 1$ به ازای کدام مقدار k ، مجموعه جواب های معادله $8x^2 + kx - 1$ به صورت $\{\alpha\beta^2, \alpha^2\beta\}$ است؟

- (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 9

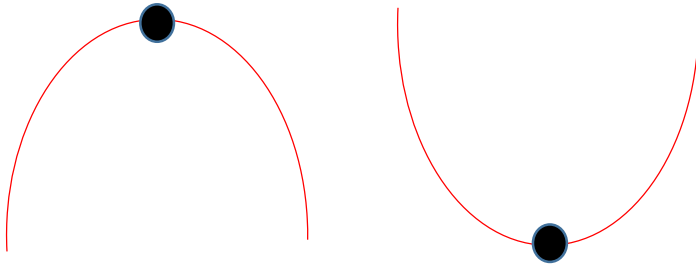
تست ۱۶: اگر هریک از ریشه های $3x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله ی $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a کدام است؟

- (1) -14 (2) -12 (3) -8 (4) -6

تست ۱۷: معادله درجه دومی با ضرایب گویا که یکی از ریشه هایش $(1 - \sqrt{2})$ باشد، در کدام گزینه آمده است؟

- (1) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (2) $x^2 - 2x - 1 = 0$
 (3) $x^2 + 2x + 1 = 0$ (4) $x^2 - 2x - 4 = 0$

نکته: 



راس سهمی

$$S \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

محور تقارن، میانگین ریشه ها،
میانگین هر ۲ نقطه رو به هم

max تابع، تنها مماس افقی
 (min)

تمرین: نمودار $y = ax^2 + bx + c$ محور ها را در -1 و 2 محور y ها را در 2 قطع می کند، مطلوبست:

(1) معادله محور تقارن:

(2) بیشترین مقدار:

(3) $a + b + c$:

تست ۱۸: اگر $x = -2$ تنها صفر تابع $f(x) = x^2 + bx + c$ باشد حاصل

$f(b - c)$ کدام است؟

- (1) 2 (2) 100 (3) 4 (4) 25

تست ۱۹: در کنار رودخانه ای محوطه ای مستطیل شکل جدا می کنیم، اگر ۱۰۰

متر نرده در اختیار داشته باشیم، بیشترین مساحت ممکن کدام است؟

- (1) 1250 (2) 2500 (3) 6250 (4) 1000

تست ۶۰: محیط پنجره مقابل ۹۰ متر است. برای آنکه این پنجره حداکثر نوردهی را

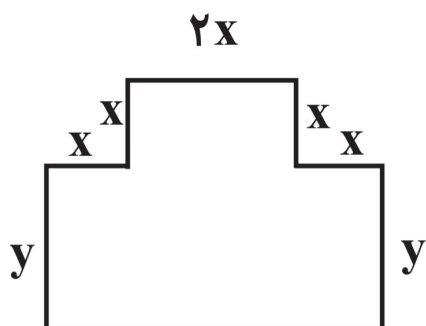
داشته باشد، y کدام است؟

20 (4

18 (3

16 (2

15 (1



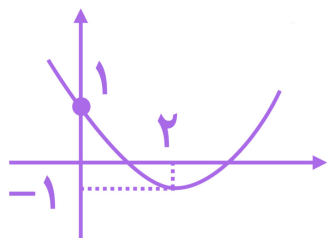
تست ۶۱: نمودار $y = ax^2 + bx + c$ داده شده، abc کدام است؟

-2 (4

-1 (3

2 (2

1 (1



حل معادلات با درجه بالا: 

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + z = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} \quad \text{و} \quad P = \begin{cases} \text{زوج} & n \rightarrow \frac{z}{a} \\ \text{فرد} & n \rightarrow -\frac{z}{a} \end{cases}$$

تست ۶۶: اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر 2

باشد، مجموع 2 ریشه دیگر کدام است؟

- (1) -2 (2) $-\frac{3}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{2}$

تست ۶۷: حاصل ضرب ریشه های معادله $x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$ کدام است؟

- (1) 1 (2) -1 (3) 3 (4) -3

