



شبهه ساز هندسه یازدهم

۱- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید؟

$$R + R' = \dots$$

دیرستان دوره دوم امام صادق (ع)

ماس مشترک داخلی



$$T, T' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

الف) اگر دو دایره مماس برون باشند اندازه مماس مشترک خارجی برابر  $\sqrt{RR'}$  است.

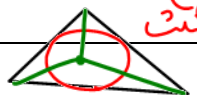
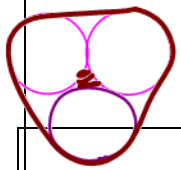
ب) اگر دو دایره متقاطع باشند پاره خطی که دو سر آن روی محیط دو دایره قرار دارد و موازی مماس مشترک در است.

$$L = 4r + 2\pi R$$

$$S = \dots$$

ج) سه دایره به شعاع های  $r$  دایره مماس هستند اگر این سه دایره توسط نخ به هم وصل شوند طول نخ برابر  $L = 4r + 2\pi R$  است.

د) مرکز دایره محاطی مثلث نقطه همرسی نیمسازها است. مرکز دایره محیطی مثلث نقطه همرسی عمود منصف است.



محاطی یا محیطی بودن چند ضلعی های معروف را بلد باشیم (کاردر کلاس صفحه ۲۸)

هر چند ضلعی منتظم هم محاطی و هم محیطی است.

ح) مساحت مثلث متساوی الاضلاع که در دایره ای به شعاع  $R$  محاط شده است  $\frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$  است.

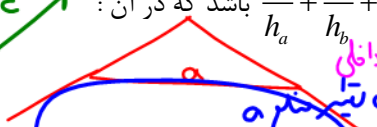
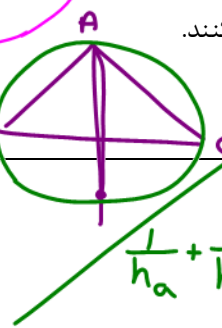
خ) عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی قطع میکنند.

د) اگر یک دوزنقه هم محاطی و هم محیطی باشد مساحت آن برابر حاصلضرب دایره است.

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \quad \text{و} \quad \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

$$r = \frac{S}{p} \quad r_a = \frac{S}{p-a}$$

$$S = \frac{a+b}{2} \times \sqrt{ab}$$



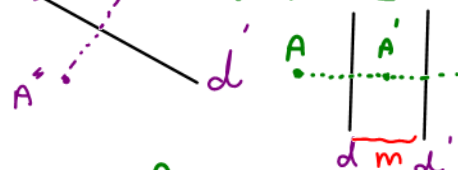
ذ) یک دایره به شعاع  $r$  و  $n$  ضلعی منتظم محاطی و محیطی آن را در نظر بگیرد اندازه ضلع  $n$  ضلعی منتظم محاطی برابر  $2r \sin \frac{n\theta}{n}$  و محیطی برابر  $2r \tan \frac{n\theta}{n}$  است.



ر) در هر تبدیل نقطه ای که تبدیل یافته آن بر خود آن منطبق می شود تبدیلات تبدیل نام دارد.

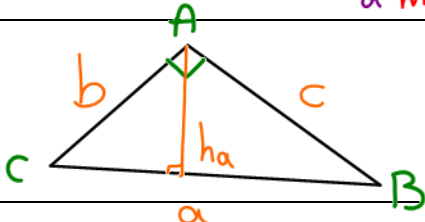
ز) تنها تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی کند بازتاب است.

س) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع دوران به مرکزیت نقطه برخورد محورها و زاویه برابر زاویه دو محور بازتاب



ش) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی انتقال با طول برابر انتقال و زاویه برابر زاویه دو محور موازی

ص) تبدیلی که در آن تبدیل یافته هر نقطه خود نقطه باشد تبدیل هانی نام دارد.

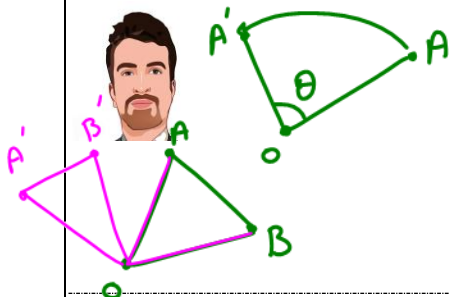


$$\frac{1}{h_a} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

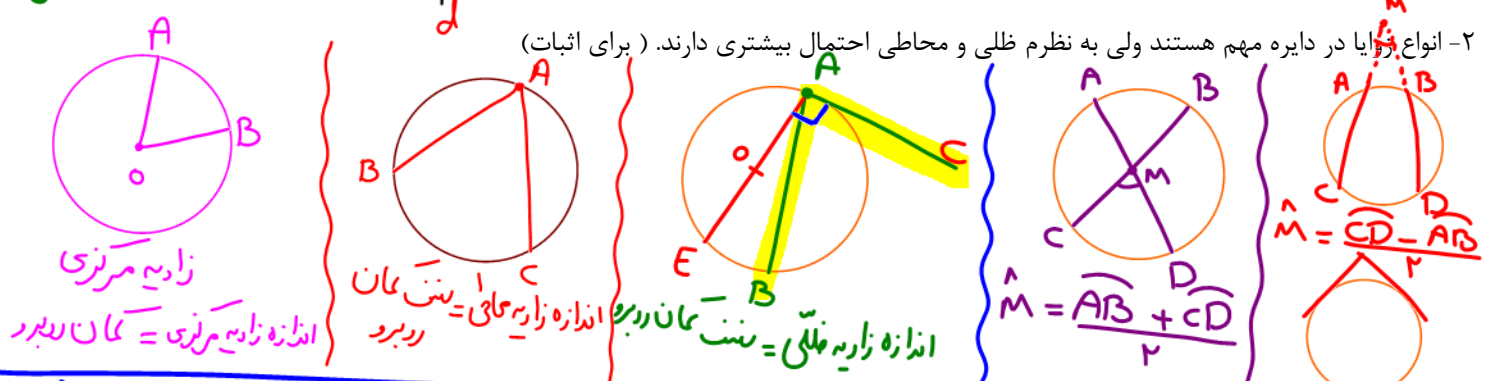
حواسمان به کار در کلاس صفحه ۴۸ باشد.

در هر مثلث قائم الزاویه ( $A = 90^\circ$ ) داریم:



شبهه ساز هندسه یازدهم  
 (ص) تبدیل دوران به مرکز O و زاویه ۳۶° (مقابل ۳۶°) تبدیل همانی است.  
 (ض) تبدیل بازتاب نسبت به خط پسار ..... نقطه ثابت دارد.

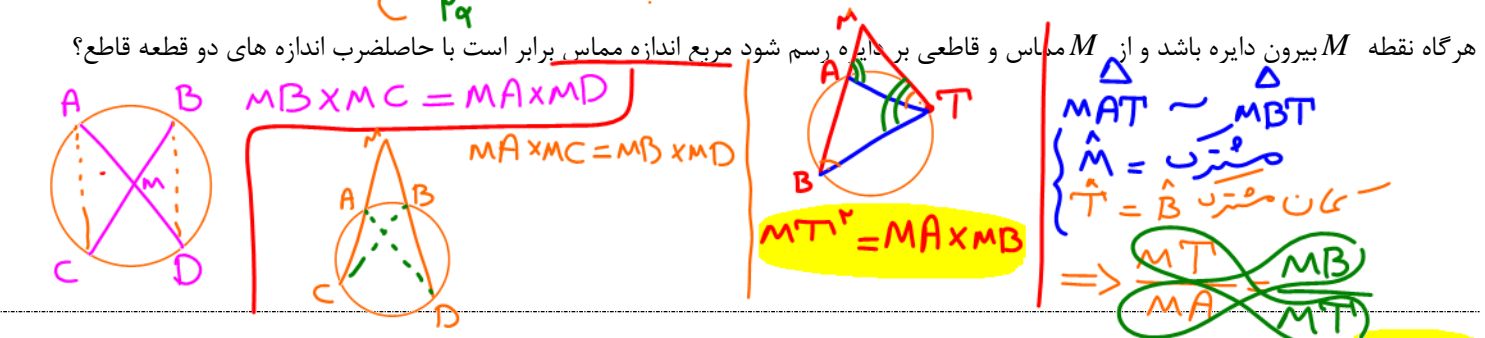
۲- انواع زاویه در دایره مهم هستند ولی به نظرم ظلی و محاطی احتمال بیشتری دارند. (برای اثبات)



$$\hat{BAC} = \hat{EAC} - \hat{EAB} = \frac{1}{2} \widehat{AE} - \frac{1}{2} \widehat{EB} = \frac{1}{2} (\widehat{AE} - \widehat{EB}) = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

حالت الف  
 حالت ناس

۳- روابط طولی ترکیبی ممکن است سوال مطرح شود ولی برای اثبات:



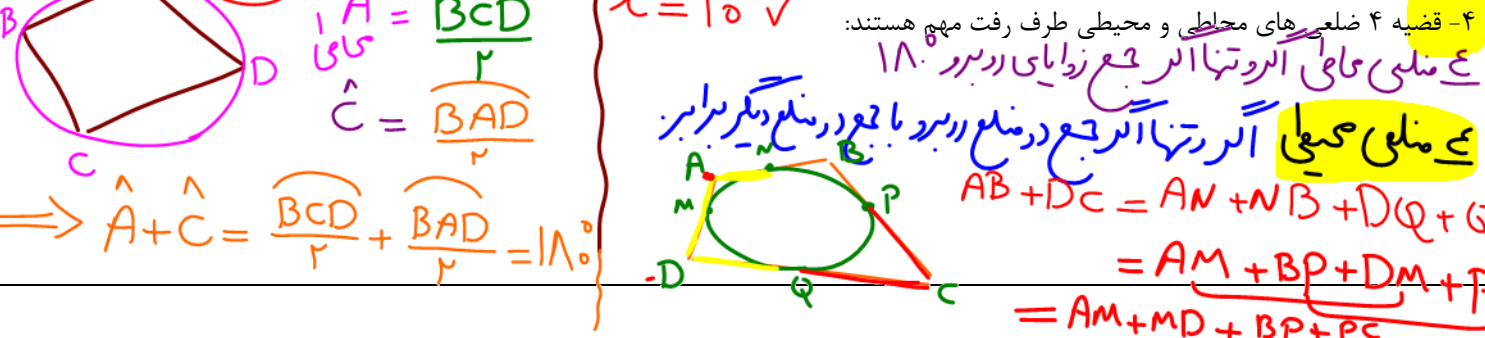
از نقطه P خارج دایره مماسی PA به طول  $10\sqrt{3}$  بر آن رسم شده است (روی دایره) همچنین خطی از P گذرانیم که دایره را در نقاط B و C قطع کند اگر  $BC = 20$  باشد طول های PB و PC را بدست آورید؟

$$PA = PB \times PC \Rightarrow 300 = x(x + 20)$$

$$\Rightarrow x^2 + 20x - 300 = 0 \Rightarrow (x + 30)(x - 10) = 0$$

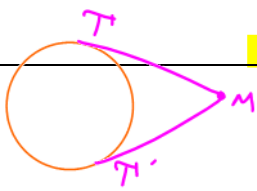
$$\Rightarrow x = -30$$

$$x = 10 \checkmark$$



$$= (AD + BC)$$

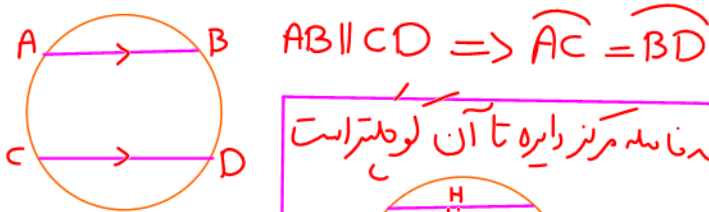
$$MT = MT'$$



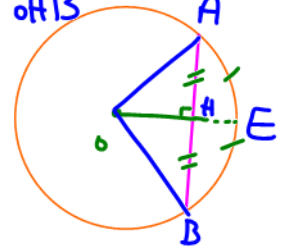
دبیرستان دوره دوم امام صادق (ع)

شبهه ساز هندسه یازدهم

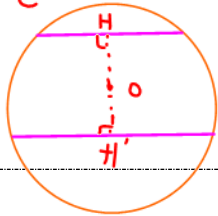
حواستان به قضایای مربوط به وترها باشد:



$$\triangle AOH \cong \triangle OHB$$

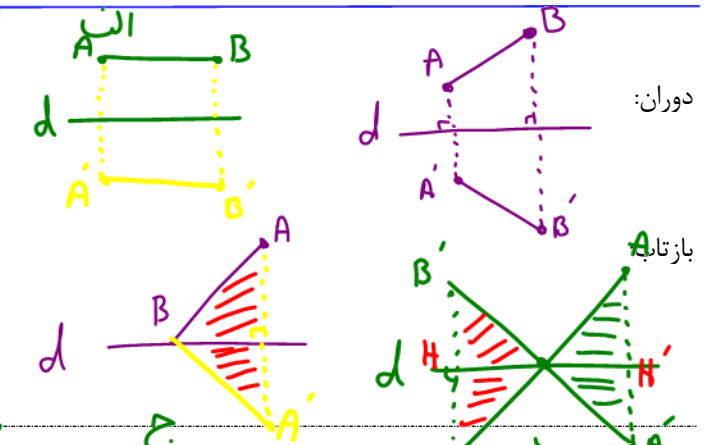
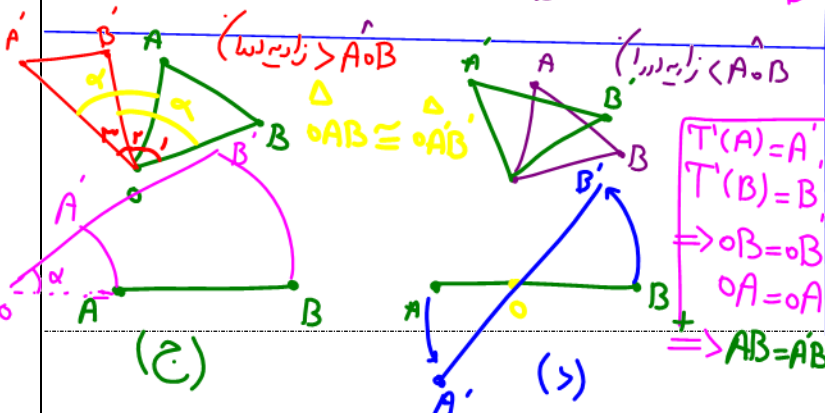
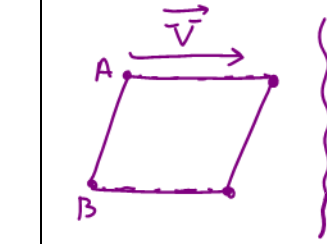


هر مقدار وتر بزرگتر باشد فاصله مرکز دایره تا آن کوچکتر است

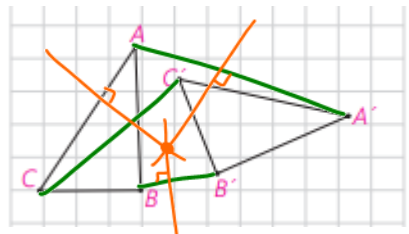


۵- قضایای مربوط به طول پا بودن مهم است ولی اگر مسئله مطرح شود به احتمال ۹۹ درصد از میحث تجانس است.

$$T(A) = A, T(B) = B, AB = AA' + A'B, AA' = BB' = \vec{v} \Rightarrow AB = A'B'$$

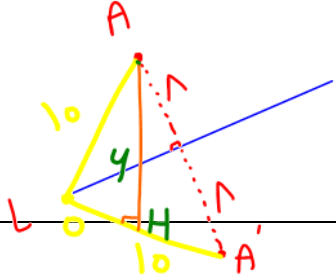


۶- پیدا کردن مرکز دوران تجانس هم ممکن است سوال مطرح شود؟



دوران یابنده

۷- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است. اگر  $AA' = 16$  و نقطه O روی خط L و  $OA = 10$  باشد فاصله نقطه A از خط  $OA'$  چقدر است؟



$$S_{\triangle AA'O} = \frac{1}{2} \times AH \times 10$$

$$S_{\triangle AA'O} = \frac{1}{2} \times 4 \times 14 \Rightarrow \frac{1}{2} \times AH \times 10 = \frac{1}{2} \times 4 \times 14$$

$$AH = \frac{4 \times 14}{10} = \frac{28}{5}$$



$k=2$   
 $k' = \frac{1}{2}$

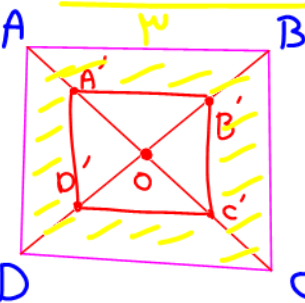
$|k| > 1$   
 $|k| < 1$

اسبالی -  
 انتظامی

$k=1$

شبیه ساز هندسه یازدهم  
 دبیرستان دو و دو امام صادق (ع)  
 توجه داشته باشید دو شکل مجانس متشابه هستند ولی دو شکل متشابه لزوماً مجانس یکدیگر نیستند.

$k > 0$  → مسری  
 $k < 0$  → منکسر

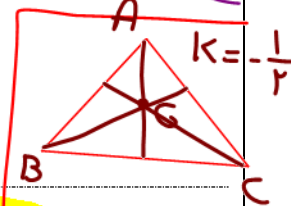


$\frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$   
 $k = \frac{2}{3}$

چقدر است؟

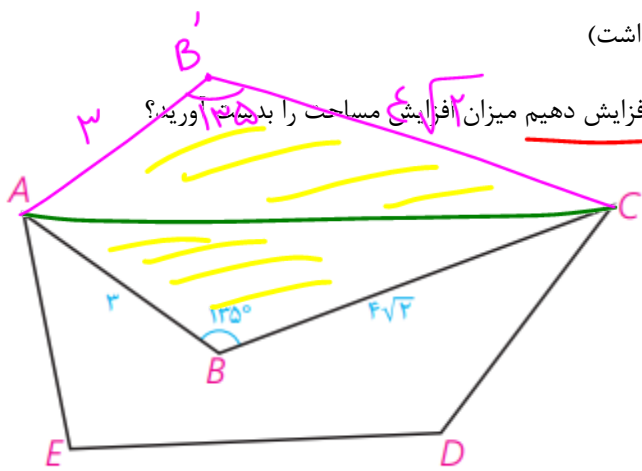
$4 \times 3 = 12$

$S - S' = 5 \rightarrow S - \frac{4}{9}S = 5$   
 $\frac{5}{9}S = 5 \rightarrow S = 9$



۹- قطعا از مسائل هم پیرامونی یا قضیه هرون (کوتاهترین مسیر سوال خواهی داشت)

زمینی به شکل زیر داریم می خواهیم بدون آنکه محیط تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم میزان افزایش مساحت را بدست آورید؟



$2S_{ABC}$   
 افزایش یافته:  
 $= k \left( \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 12$

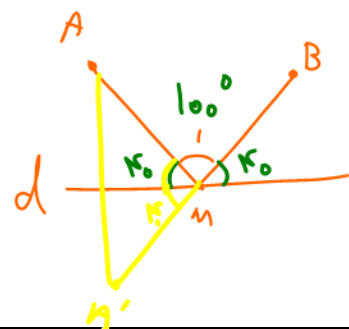
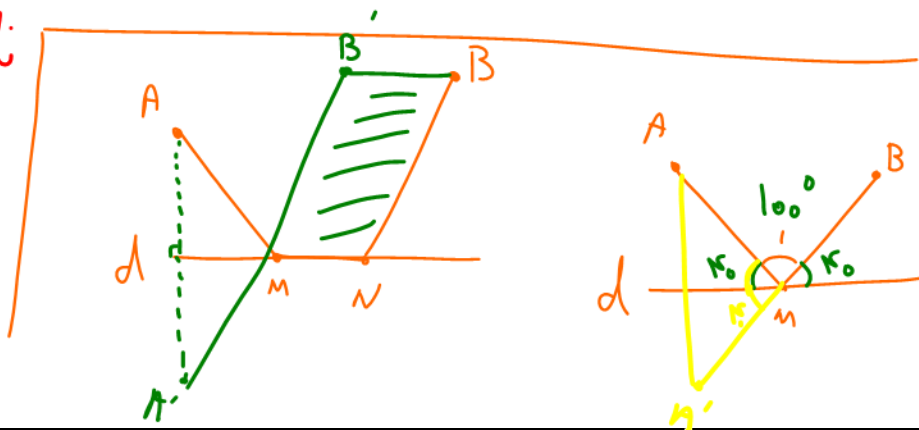
هرون:

کوتاهترین مسیر:  $AM + MB = A'M + MB = A'B$

میرادینه:  $A'B$

میرریم:  $AM' + M'B = A'M' + M'B$

نامساوی مثلث  
 $\Delta A'M'B$

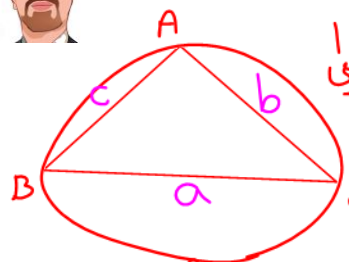




شبهه ساز هندسه یازدهم

۴ سوال آخر آزمون مربوط به فصل ۳ و روابط طولی در مثلث است:

دبیرستان دوره دوم امام صادق (ع)  $\text{سایه دایره کبی}$   $= R$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

۱- قضیه سینوس ها  $\hat{A} < 90^\circ$  قسمت الن:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

۲- قضیه کسینوس ها



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

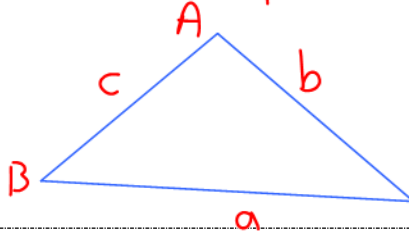
$$AD = AB \times AC - BD \times DC$$

۳- نیمساز ها



$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

۴- میانه ها



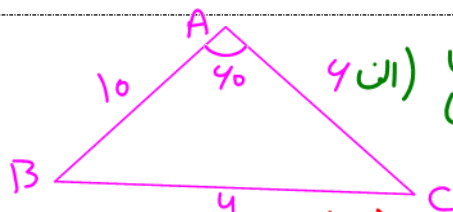
$$2p = a + b + c \rightarrow p = \frac{a + b + c}{2}$$

۵- دستور هرورن برای مساحت

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

ممکن است سوال چند قسمتی دهند و همه موارد فوق در سوال آورده شود در ضمن حواسمان به اثبات قضایا به خصوص سینوس ها و میانه باشد

البته این بدان معنی نیست که بقیه خوانده نشود.



۱۰- در مثلث ABC داریم  $AB = 10$  و  $AC = 6$  و  $A = 60^\circ$  (ان)  $y^2 = 100 + 36 - 2(10)(6) \times \frac{1}{2} \Rightarrow y^2 = 136 - 60 = 76$

$$y = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$$

الف) طول BC را بدست آورید؟

ب) مساحت مثلث را تعیین کنید؟

ج) مقدار  $\sin B$  را بدست آورید؟

ب)  $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$

ج)  $\frac{\sin 40^\circ}{2\sqrt{19}} = \frac{\sin B}{6} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{\sqrt{19}}$

$$a^2 < b^2 + c^2 \rightarrow \hat{A} < 90^\circ$$
$$a^2 > b^2 + c^2 \rightarrow \hat{A} > 90^\circ$$
$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

۱۱- به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید:

$$\Rightarrow b^2 + c^2 - 2bc \cos A < b^2 + c^2$$
$$\Rightarrow -2bc \cos A < 0 \Rightarrow \cos A > 0 \Rightarrow \hat{A} < 90^\circ$$



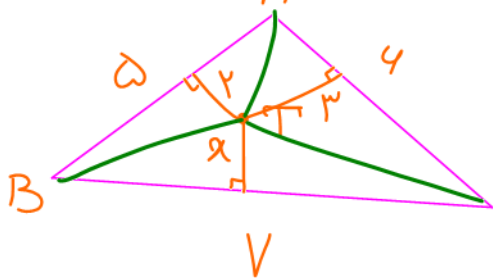
$$P = \frac{4 + 5 + 7}{2} = 9$$

$$\Rightarrow 1x + 3, 5x = 4\sqrt{4}$$

دبیرستان دوره دوم امام صادق (ع)

شبهه ساز هندسه یازدهم  $x = \frac{4\sqrt{4} - 1x}{3, 5}$  ☆☆☆

۱۲- در مثلث  $ABC$  اضلاع ۵ و ۶ و ۷ نقطه ای که از اضلاع به طول های ۵ و ۶ به فاصله ۲ و ۳ سانتی متر است از ضلع بزرگتر چه فاصله ای دارد؟

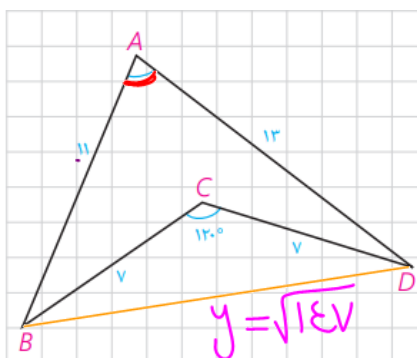


$$S_{ABC} = S_{ATB} + S_{BTC} + S_{ATC}$$

$$= \frac{1}{2}(10 + 18 + 7x) = \boxed{1x + 3, 5x}$$

$$S = \sqrt{3^2 \times 2^2 \times 3 \times 2} = 3 \times 2 \times \sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

۱۳- در شکل مقابل اولاً اندازه زاویه  $A$  را بدست آورید ثانياً مساحت ۴ ضلعی  $ABCD$  را بیابید؟



$$y^2 = 49 + 49 - 2(7)(7)(-\frac{1}{2}) \Rightarrow y = \sqrt{149}$$

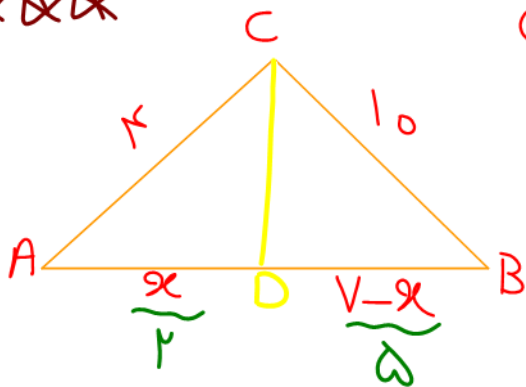
$$149 = 121 + 149 - 2(11)(13) \cos \hat{A} \Rightarrow$$

$$\cos \hat{A} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\hat{A} = 90^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(11 \times 13 \sqrt{3} - 49 \sqrt{3}) = \frac{94\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 11 \times 13 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۴- در مثلث  $ABC$  داریم  $AB = 7$  و  $AC = 4$  و  $BC = 10$  طول نیمساز زاویه داخلی  $C$  را بدست آورید؟



$$CD = 4 \times 10 - \frac{AD \times DB}{2 \times 5} \Rightarrow \boxed{CD = \sqrt{30}}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \Rightarrow 10x = 28 - 4x$$

$$\Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$